

نام و نام خانوادگی: .....

مقطع و رشته: چهارم تجربی

نام پدر: .....

شماره داوطلب: .....

تعداد صفحه سؤال: ۱ صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
اداره کل آموزش و پرورش شهرستان  
اداره کل آموزش و پرورش شهرستان مازندران  
دبیرستان غیردولتی دخترانه سرایان (دانش فاطمین)

آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۴-۹۳

نام درس: ریاضی

نام دبیر: سلطانی

تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۱۰/۲۰

ساعت امتحان: ۸ صبح / عصر

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

| ردیف | سوالات                                                                                                                                                                                                                                   | محل مهر یا امضاء مدیر | نمره |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|------|
| ۱    | دو تاس پرتاب می کنیم اگر مجموع اعداد رو شده بزرگتر از ۸ باشد با چه احتمالی هر دو زوج است؟                                                                                                                                                |                       | ۱.۵  |
| ۲    | دو ظرف همانند داریم. اولی دارای ۷ مهره سفید و ۸ مهره سیاه و دومی دارای ۶ مهره سفید و ۴ مهره سیاه است. به تصادف یکی از دو ظرف را انتخاب کرده و مهره ای خارج می کنیم احتمال این که این مهره سفید باشد کدام است؟                            |                       | ۱.۵  |
| ۳    | دانش آموزی به ۶ پرسش تستی ۳ گزینه ای به تصادف پاسخ می دهد احتمال آن که فقط به ۴ پرسش پاسخ درست بدهد کدام است؟                                                                                                                            |                       | ۱.۵  |
| ۴    | اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه های معادله $x^2 + x - 1 = 0$ باشد، حاصل $\alpha^3 \beta^2 + \alpha^2 \beta^3$ کدام است؟                                                                                                                      |                       | ۱    |
| ۵    | نمودار توابع زیر را رسم کنید.<br>۱) $y =  x - 2  +  x + 4 $ ۲) $y = [2x]$ ۳) $y = x - [x]$ ۴) $y = e^x$                                                                                                                                  |                       | ۴    |
| ۶    | وارون تابع $y = \frac{2x + 1}{x - 2}$ را بدست آورید.                                                                                                                                                                                     |                       | ۱    |
| ۷    | در یک کشت نمونه ای باکتری، تعداد باکتری ها در زمان $t$ دقیقه پس از شروع از مدل $V(t) = Be^{kt}$ پیروی می کند. اگر پس از ۳ دقیقه تعداد باکتری ها دو برابر شود با این روند در پایان دقیقه ۱۲، تعداد آن ها چند برابر تعداد شروع آزمایش است؟ |                       | ۱.۵  |
| ۸    | کران داری، همگرایی و واگرایی و یکنوایی دنباله زیر را بررسی کنید.<br>$\left\{ \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} \right\}$                                                                                                            |                       | ۱.۵  |
| ۹    | در یک تصاعد هندسی مجموع سه جمله اول ۱۳۶ و مجموع شش جمله اول آن ۱۵۳ است. جمله ی اول چند برابر جمله ی پنجم است؟                                                                                                                            |                       | ۱    |
| ۱۰   | جواب های معادله $\sin^2 x = \cos^2 x$ در بازه ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟                                                                                                                                                                    |                       | ۱.۵  |
| ۱۱   | اگر $F(x) = \sin x e^{\cos x}$ آن گاه $F'(\frac{\pi}{3})$ کدام است؟                                                                                                                                                                      |                       | ۱.۵  |
| ۱۲   | اگر $F'(1) = 3$ آن گاه حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(1+2h) - f(1-3h)}{h^2 + h}$ کدام است.                                                                                                                                         |                       | ۱.۵  |
| ۱۳   | اگر $F(x) = x  \sin \pi x $ مقدار $F'_+(1)$ کدام است؟                                                                                                                                                                                    |                       | ۱    |

جمع بارم: ۲۰ نمره

بایاد خدا دل ها آرام می گیرد و مطمئن باشید به شما کمک خواهد کرد.



اداره‌ی کل آموزش و پرورش شهرستان  
اداره‌ی آموزش و پرورش شهرستان منطقه تهران

دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش (واحد فلسطین)

کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۴-۹۳

نام درس: ریاضی چهارم تیزری

نام دبیر: سلطانی

تاریخ امتحان: ۲۰/۱۰/۱۳۹۳

ساعت امتحان: ۸: صبح / عصر

مدت امتحان: ۷۰ دقیقه

| ن. س. | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                     | صفحه: ..... | محل مهر یا امضاء مدیر                                   |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|---------------------------------------------------------|
| ۱     | $S = \{(3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$ $p = \frac{3}{10} : \text{احتمال زوج بودن}$                                                                                                                                              |             |                                                         |
| ۲     | $\left(\frac{1}{2} \times \frac{7}{15}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{6}{10}\right) = \frac{7}{30} + \frac{3}{10} = \frac{16}{30}$                                                                                                                                       |             | <p>۷ سفید</p> <p>۸ سیاه</p> <p>۶ سفید</p> <p>۴ سیاه</p> |
| ۳     | $\binom{6}{4} \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{6!}{4!2!} \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4!2!} \left(\frac{1}{3^4}\right) \left(\frac{4}{3^2}\right) = \frac{15 \times 4}{3^6} = \frac{20}{243}$ |             |                                                         |
| ۴     | $\alpha^r \beta^r + \alpha^r \beta^r = \alpha^r \beta^r (\alpha + \beta) = p^r s = (-1 \cdot 0)^r (-1) = -1 \cdot 0$ $s = \frac{-b}{a} = -1, p = \frac{c}{a} = -1 \cdot 0$                                                                                                        |             |                                                         |
|       | $1) y =  x - 2  +  x + 4 $ $\begin{cases} x \leq -4 \rightarrow y = -x + 2 - x - 4 \rightarrow y = -2x - 2 \\ -4 \leq x \leq 2 \rightarrow y = -x + 2 + x + 4 \rightarrow y = 6 \\ x \geq 2 \rightarrow y = x - 2 + x + 4 \rightarrow y = 2x + 2 \end{cases}$                     |             |                                                         |

$$\begin{cases}
 -4 \leq 2x < -3 \rightarrow y = [2x] = -4, -2 \leq x < -\frac{3}{2} \\
 -3 \leq 2x < -2 \rightarrow y = [2x] = -3, -\frac{3}{2} \leq x < -1 \\
 -2 \leq 2x < -1 \rightarrow y = [2x] = -2, -1 \leq x < -\frac{1}{2} \\
 -1 \leq 2x < 0 \rightarrow y = [2x] = -1, -\frac{1}{2} \leq x < 0 \\
 0 \leq 2x < 1 \rightarrow y = [2x] = 0, 0 \leq x < \frac{1}{2} \\
 1 \leq 2x < 2 \rightarrow y = [2x] = 1, \frac{1}{2} \leq x < 1 \\
 2 \leq 2x < 3 \rightarrow y = [2x] = 2, 1 \leq x < \frac{3}{2} \\
 3 \leq 2x < 4 \rightarrow y = [2x] = 3, \frac{3}{2} \leq x < 2 \\
 2x = 4 \rightarrow y = [2x] = 4
 \end{cases}$$

$$2) y = [2x] \quad -2 \leq x \leq 2 \quad -4 \leq 2x \leq 4$$

راه دوم برای رسم تابع یب فرم  $y = f(ax)$  پس از رسم نمودار  $f(x)$  طول بازه را  $\frac{1}{a}$  برابر می کشیم.

$$y = [2x]$$

$$3) y = x - [x] \quad \text{و} \quad [-1, 2]$$

$$\begin{cases}
 -1 \leq x \leq 0 \underline{[x] = -1} \rightarrow y = x + 1 \\
 0 \leq x \leq 1 \underline{[x] = 0} \rightarrow y = x \\
 1 \leq x \leq 2 \underline{[x] = 1} \rightarrow y = x - 1 \\
 x = 2 \underline{[x] = 2} \rightarrow y = x - 2
 \end{cases}$$

$$4) y = e^x$$

$$y = \frac{2x+1}{x-2} \rightarrow yx - 2y = 2x + 1 \rightarrow \begin{aligned} & yx - 2x = 1 + 2y \\ & x(y - 2) = 1 + 2y \\ & x = \frac{1+2y}{y-2} \rightarrow y = \frac{2x+1}{x-2} \end{aligned}$$

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| $V_t = Be^{kt} \rightarrow 2B = Be^{3k} \rightarrow e^{3k} = 2 \rightarrow e^{12k} = 16$<br>$V_{12} = Be^{12k} \rightarrow V_{12} = 16B$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | ۷  |
| $\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} \begin{cases} n=1 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{1}{2/400} = 40\% \\ n=2 \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{1/4}{2/700} = 44\% \\ n=3 \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{1/7}{3} = 45\% \\ n=4 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}} = 46\% \end{cases} \rightarrow \text{یک نواسه (صعودی)}$ <p> <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \frac{\infty}{\infty}</math>    نمی‌م    <math>\rightarrow</math>    هم ارز    <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{2\sqrt{n}} = \frac{1}{2}</math>    مگر استنبه<br/> کران با. <math>\frac{1}{2}</math> می‌باشد پس کران دار نیست چون مگر و یک نیست </p> | ۸  |
| $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \begin{cases} S_3 = 136 = \frac{a_1(q^3 - 1)}{q - 1} \\ S_6 = 153 = \frac{a_1(q^6 - 1)}{q - 1} \end{cases} \quad \frac{136}{153} = \frac{\frac{a_1(q^3 - 1)}{q - 1}}{\frac{a_1(q^6 - 1)}{q - 1}} = \frac{q^3 - 1}{(q^3 - 1)(q^3 + 1)}$ <p> <math>q^3 = \frac{1}{8} \rightarrow q = \pm \frac{1}{2}</math><br/> <math>\frac{8}{9} = \frac{1}{q^3 + 1} \Rightarrow 8q^3 + 8 = 9</math><br/> <math>a_1 \quad \frac{a_1}{a_1 q^4} = \frac{1}{(\frac{1}{2})^4} = 16</math><br/> <math>a_5 = a_1 q^4</math> </p>                                                                                                                                                                                                  | ۹  |
| $\sin^2 x = \cos^2 x \rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = 0 \rightarrow \cos 2x = 0$ <p> <math>2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \begin{cases} k=0 \rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{\pi}{4} \\ k=1 \rightarrow 2x = 3\frac{\pi}{2} \rightarrow x = 3\frac{\pi}{4} \\ k=2 \rightarrow 2x = 5\frac{\pi}{2} \rightarrow x = 5\frac{\pi}{4} \\ k=3 \rightarrow 2x = 7\frac{\pi}{2} \rightarrow x = 7\frac{\pi}{4} \\ k=4 \rightarrow 2x = 9\frac{\pi}{2} \rightarrow x = 9\frac{\pi}{4} \end{cases}</math> </p> <p> <math>\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = 1</math><br/> <math>\tan^2 x = 1, \tan x = \pm 1, \dots</math> </p>                                                                                    | ۱۰ |
| $F(x) = \sin x e^{\cos x} \rightarrow F' = \cos x e^{\cos x} + \sin x (-\sin x) e^{\cos x}$<br>$= e^{\cos x} (\cos x - \sin^2 x)$<br>$F'(\frac{\pi}{3}) = e^{\frac{1}{2}} (\frac{1}{2} - \frac{3}{4}) = -\frac{1}{4} e^{\frac{1}{2}}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | ۱۱ |

|                                                                                                                                                                          |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(1+2h) - F(1-3h)}{h^2 + h} \rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F'(1+2h) - F'(1-3h)}{2h+1} = \frac{2F'(1) + 3F'(1)}{1} = 5F'(1) = 15$ | ۱۲ |
| $F(x) = x \sin \pi x  \rightarrow F(x) = -x \sin \pi x$ $F'(x) = -(\sin \pi x + \pi x \cos \pi x)$ $F'(1^+) = -[0 - \pi] = \pi$                                          | ۱۳ |